

ΔΙΚΤΥΑΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

ΠΑΠΑΡΡΙΖΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ,

Καθηγητής Τμ. Εφαρμ. Πληροφορικής, Πανεπ. Μακεδονίας

ΣΑΜΑΡΑΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ,

Επ. Καθηγητής Τμ. Εφαρμ. Πληροφορικής, Πανεπ. Μακεδονίας

ΣΙΦΑΛΕΡΑΣ ΑΓΓΕΛΟΣ,

Διδάκτορας Τμ. Εφαρμ. Πληροφορικής, Πανεπ. Μακεδονίας

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1	ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ	2
1.1.1	Ορισμός και ιδιότητες γραφημάτων	2
1.1.2	Δέντρα	7
1.2	ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΓΡΑΦΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ	11
1.2.1	Μήτρα πρόσπτωσης κόμβων – τόξων.....	11
1.2.2	Μήτρα πρόσπτωσης κόμβων – κόμβων ή μήτρα γειτονιάς	12
1.2.3	Αποθήκευση με συνδεδεμένες λίστες	13
1.2.4	Αστεροειδής αποθήκευση.....	14
1.3	Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	17
1.3.1	Ορισμός και ιδιότητες των αλγόριθμων.....	17
1.3.2	Μερικοί μαθηματικοί συμβολισμοί	18
1.3.3	Περιγραφή των αλγορίθμων	19
1.4	ΑΠΛΕΣ ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	26
1.4.1	Στοιβες.....	27
1.4.2	Ουρές.....	28
1.4.3	Συνδεδεμένες λίστες.....	30
1.5	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ ή ΔΙΑΣΧΙΣΗΣ	36
1.5.1	Αλγόριθμος ανίχνευσης Ψάξε Πρώτα Πλάτος (ΨΠΠ) ή Breadth (Width) First Search (BFS)	36
1.5.2	Αλγόριθμος ανίχνευσης Ψάξε Πρώτα Βάθος (ΨΠΒ) ή Depth First Search (DFS).....	44
1.5.3	Εντοπισμός προσανατολισμένων κύκλων	51
1.6	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	53

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΙΚΤΥΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ

2.1	ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΙΚΤΥΩΝ	60
2.1.1	Προβλήματα ροής ελάχιστου κόστους	60
2.1.2	Ειδικές περιπτώσεις του ΠΡΕΚ	67
2.1.3	Άλλα κλασσικά προβλήματα δικτύων	69
2.2	ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ.....	71
2.2.1	Αντικατάσταση μη μηδενικής ελάχιστης χωρητικότητας l_{ij}	72
2.2.2	Απαλοιφή αρνητικών τόξων	73
2.2.3	Απαλοιφή άνω χωρητικότητων u_{ij}	74
2.3	ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΤΗΤΑΣ	76
2.3.1	Υπολογισμός δυϊκών προβλημάτων	76
2.3.2	Συνθήκες βελτιστότητας γραμμικών προβλημάτων	82
2.3.3	Συνθήκες βελτιστότητας του ΠΡΕΚ	84
2.4	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	87

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΔΡΟΜΩΝ

3.1	ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΚΑΙ ΟΙ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΤΗΤΑΣ.....	94
3.1.1	Συνθήκες βελτιστότητας.....	95
3.2	ΕΛΑΧΙΣΤΟΙ ΔΡΟΜΟΙ ΣΕ ΑΚΥΚΛΑ ΔΙΚΤΥΑ.....	97
3.2.1	Περιγραφή του αλγορίθμου.....	98
3.2.2	Αιτιολόγηση του αλγορίθμου.....	102
3.3	ΔΙΚΤΥΑ ΜΕ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΑ ΤΟΞΑ.....	102
3.3.1	Περιγραφή του αλγορίθμου.....	103
3.3.2	Αιτιολόγηση του αλγορίθμου.....	111
3.4	ΔΙΚΤΥΑ ΧΩΡΙΣ ΑΡΝΗΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΕΝΟΥΣ ΚΥΚΛΟΥΣ.....	112
3.4.1	Περιγραφή του αλγορίθμου.....	112
3.5	ΑΣΚΗΣΕΙΣ.....	119

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΡΟΗΣ

4.1	ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΚΑΙ ΟΙ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΤΗΤΑΣ.....	124
4.1.1	Ροές και τομές.....	124
4.1.2	Οι συνθήκες βελτιστότητας.....	127
4.2	Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ ΑΥΞΑΝΟΝΤΩΝ ΔΡΟΜΩΝ.....	131
4.2.1	Αυξάνοντες $s - t$ δρόμοι.....	132
4.2.2	Περιγραφή του αλγορίθμου.....	133
4.2.3	Αιτιολόγηση και περάτωση του αλγορίθμου.....	139
4.3	ΑΣΚΗΣΕΙΣ.....	142

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΡΟΗΣ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

5.1	Ο ΠΡΩΤΕΥΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ SIMPLEX ΓΙΑ ΠΡΕΚ.....	146
5.1.1	Υπολογισμός των μεταβλητών x_{ij}	147
5.1.2	Υπολογισμός των μεταβλητών w_i και s_{ij}	150
5.1.3	Ανανέωση των τιμών x_{ij} και s_{ij}	151
5.1.4	Περιγραφή του αλγορίθμου σε μορφή βημάτων.....	158
5.2	ΕΠΙΛΥΣΗ ΓΕΝΙΚΩΝ ΠΡΕΚ ΜΕ ΤΟΝ ΠΡΩΤΕΥΟΝΤΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ SIMPLEX.....	160
5.2.1	Το πρόβλημα του μεγάλου M	161
5.2.2	Το αρχικό δέντρο του τεχνητού προβλήματος.....	163
5.2.3	Επίλυση του αρχικού ΠΡΕΚ.....	165
5.3	ΑΣΚΗΣΕΙΣ.....	169

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ SIMPLEX

6.1	ΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ SIMPLEX.....	172
6.1.1	Περατότητα σε μη εκφυλισμένα προβλήματα.....	172
6.1.2	Περιγραφή του κανόνα περιστροφής του Cunningham.....	173
6.1.3	Αιτιολόγηση του κανόνα του Cunningham.....	175
6.2	ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΣΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΔΡΟΜΩΝ.....	177
6.2.1	Δομή των έξω δέντρων.....	178
6.2.2	Ανανέωση των αποστάσεων.....	179
6.3	ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ SIMPLEX.....	182
6.3.1	Δομές δεδομένων για το δέντρο T.....	182
6.3.2	Ανανέωση των δομών.....	185
6.3.3	Από την επανάληψη (T, x(T), w(T)) στην επανάληψη (T', x(T'), w(T')).....	193
6.4	ΠΡΟΧΩΡΗΜΕΝΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ.....	199
6.5	ΑΣΚΗΣΕΙΣ.....	200

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

7.1	ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΚΑΙ ΟΙ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΤΗΤΑΣ.....	204
7.1.1	Οι συνθήκες βελτιστότητας.....	205
7.2	Ο ΠΡΩΤΕΥΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ SIMPLEX.....	205
7.2.1	Υπολογισμός εφικτού δέντρου ξεκινήματος.....	206
7.2.2	Περιγραφή του αλγορίθμου.....	211
7.3	ΑΣΚΗΣΕΙΣ.....	216

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΑΛΛΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

8.1	Ο ΔΕΝΔΡΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΠΑΠΑΡΡΙΖΟΥ.....	220
8.1.1	Περιγραφή του δέντρου Balinski.....	220
8.1.2	Περιγραφή Αλγορίθμου.....	223
8.2	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΠΑΠΑΡΡΙΖΟΥ ΜΕ ΔΑΣΟΣ ΞΕΚΙΝΗΜΑΤΟΣ ΤΟ ΔΑΣΟΣ Α.Κ.Π.	229
8.2.1	Περιγραφή του δάσους ΑΚΠ.....	229
8.2.2	Περιγραφή του Αλγορίθμου.....	231
8.3	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΠΑΠΑΡΡΙΖΟΥ ΜΕ ΑΠΛΟ ΞΕΚΙΝΗΜΑ.....	242
8.3.1	Περιγραφή του δάσους ξεκινήματος.....	242
8.4	ΑΣΚΗΣΕΙΣ.....	255

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

9.1	ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΚΑΙ ΟΙ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΤΗΤΑΣ	258
9.2	Ο ΠΡΩΤΕΥΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ SIMPLEX	258
9.3	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΠΑΠΑΡΡΙΖΟΥ ΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ ΜΕ ΔΕΝΤΡΟ ΞΕΚΙΝΗΜΑΤΟΣ ΤΟ ΔΕΝΤΡΟ ΒΑΛΙΝΣΚΙ	265
9.4	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΠΑΠΑΡΡΙΖΟΥ ΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ. ΞΕΚΙΝΗΜΑ ΜΕ ΔΑΣΟΣ ΑΚΠ	270
9.5	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΠΑΠΑΡΡΙΖΟΥ ΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΘΕΣΗΣ ΜΕ ΑΠΛΟ ΞΕΚΙΝΗΜΑ	277
9.6	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	287

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΕΛΑΧΙΣΤΑ ΔΕΝΤΡΑ ΚΑΛΥΜΜΑΤΑ

10.1	Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΟΥ KRUSKAL	292
10.1.1	Περιγραφή του αλγορίθμου	292
10.1.2	Αιτιολόγηση του αλγορίθμου Kruskal	296
10.2	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΟΥ PRIM	297
10.2.1	Περιγραφή του αλγορίθμου του Prim	297
10.2.2	Αιτιολόγηση του αλγορίθμου Prim	301
10.3	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	301

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

11.1	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΔΡΟΜΩΝ	306
11.2	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΡΟΗΣ	308
11.3	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΠΡΕΚ	309
11.4	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	312
11.5	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ	316
11.6	ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΔΕΝΔΡΟΥ ΚΑΛΥΜΜΑΤΟΣ	319
11.7	ΜΙΑ ΓΕΝΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ	320

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12

ΔΙΑΔΙΚΤΥΑΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

12.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ NetPro	328
12.2	Η ΓΡΑΦΙΚΗ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΟΥ NETPRO	329
12.3	ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΟΥ NetPro	330

12.3.1	Παράδειγμα εύρεσης ελαχίστων δρόμων.....	330
12.3.2	Παράδειγμα μετατροπής ενός τρόπου αποθήκευσης δικτύου σε άλλον	333
12.3.3	Παράδειγμα ανίχνευσης τοπολογικής διάταξης.....	336
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ		339